

第3章 算数教育の改革（理論編）

第1節 速さ

「時間＝道のり÷速さ」という公式ほどばかげた公式はない。誰が遅刻しそうになっているときに、時間は道のり÷速さだから時間を短縮するためには歩みの速度を上げなければならない、と考えるだろうか。このままでは遅刻だと思えば、反射的に走り出すであろう。論理など介在する余地なく、直観的に結論を出すのである。現在の算数教育は、この比喻のばかげた迂路を児童に強いているのである。直観算数では、実際の思考の働きと同じ発想をしよう、と提唱するのである。それは生活臭のある算数だ。

速さの単元に必要な事柄は「速さは単位時間あたりの道のりである」の一つだけである。これ以外何も必要でないし、これ以外何も教えるべきではない。速さの単元に出てくるすべての問題は、この一つさえ知っていれば解くことができるのである。「速さ＝道のり÷時間、道のり＝速さ×時間、時間＝道のり÷速さ」などの公式は、一切必要としない。

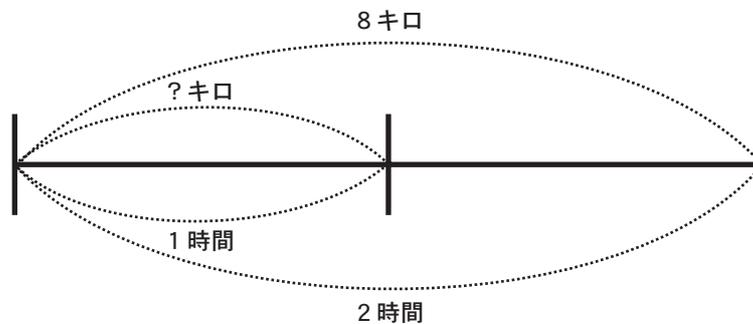
[例1] 道のり8キロを2時間で進むときの速さは、時速何キロか？

速さとは単位時間あたりの道のりである。時速のときは、1時間あたりの道のりであるから、2時間で8キロということは1時間あたりで

$$8 \div 2 = 4$$

から時速4キロである。

この問題を考える際に大事なものは、下の図を書くことである。



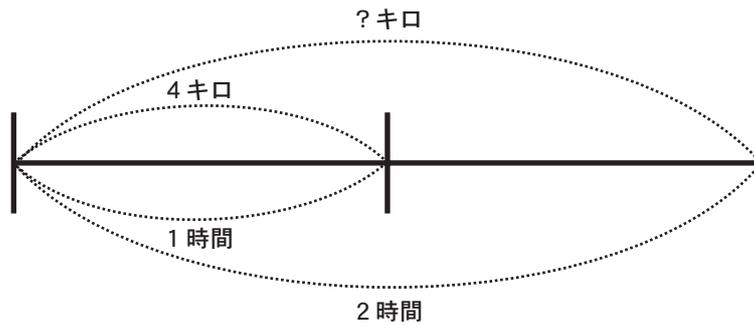
線分図を書くことが、直観を育てるために絶対に必要である。

[例2] 時速4キロで2時間進むときの道のりはいくらか？

1時間で4キロだから、2時間ではその2倍である。したがって、

$$4 \times 2 = 8$$

から8キロである。

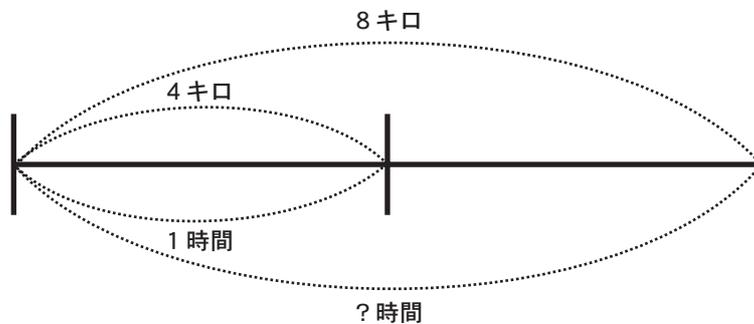


[例3] 8キロの道のりを時速4キロで進むときの時間はいくらか？

1時間で4キロ進むから、8キロ進むのにかかる時間は、8のなかに4がいくつ入っているかを考えればいい。

$$8 \div 4 = 2$$

の計算から2時間である。



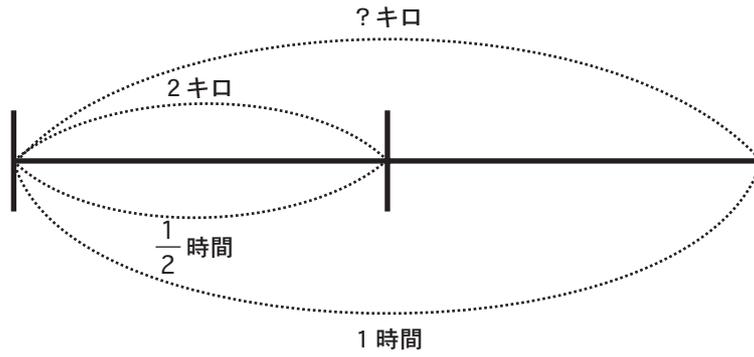
「以上の計算にどうして公式があるだろうか。うまく指導すれば、直観的に答えられるようになるはずだ」と言いたいところであるが、実際は分数や小数が出てくると、児童は混乱してしまう。以下の例だ。

[例4] 道のり2キロを $\frac{1}{2}$ 時間で進むときの速さは、時速何キロか？

速さとは単位時間あたりの道のりである。時速のときは、1時間あたりの道のりであるから、 $\frac{1}{2}$ 時間で2キロということは、1時間あたりで

$$2 \div \frac{1}{2} = 4$$

から時速4キロである。

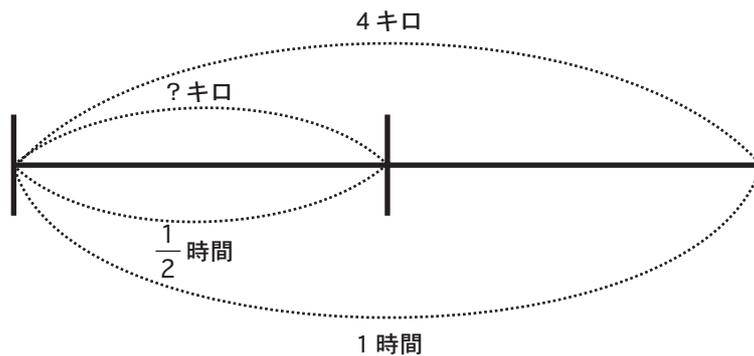


[例 5] 時速 4 キロで $\frac{1}{2}$ 時間進むときの道のりはいくらか？

1 時間で 4 キロだから、 $\frac{1}{2}$ 時間ではその $\frac{1}{2}$ 倍である。したがって、

$$4 \times \frac{1}{2} = 2$$

から 2 キロである。

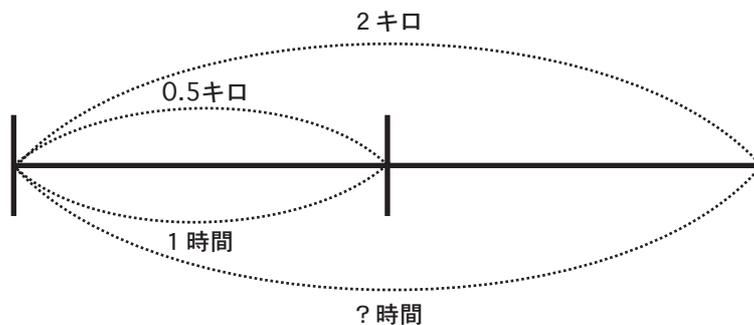


[例 6] 2 キロの道のりを時速 0.5 キロで進むときの時間はいくらか？

1 時間で 0.5 キロ進むから、2 キロ進むのにかかる時間は、2 の中に 0.5 がいくつ入っていれば
いいかを考えればよい。

$$2 \div 0.5 = 4$$

の計算から 4 時間である。



例 4, 5, 6 は例 1, 2, 3 とそれぞれ同じであり、何も変わるところはない。ところが、左脳化

している児童には、両者の同一性はまったくわからない。分数が入ってきた瞬間に、多くの児童は拒絶反応を示してしまう。彼らには類推的直観は働かない。ここの把握は、おそらくフッサーがいうところの本質直観とも言うべきものである。本質直観とは、1つの類例から想像的変容によって本質すなわち普遍を把握してしまう直観である。

理論的な話は別にしても、なぜ彼らは本質的にまったく同じである例1と例4を別のものと考え、またはとらえてしまうのだろうか。それは、彼らの分数や小数の把握が不十分だからである。彼らの分数理解は、直観のレベルに達していないのである。言い換えれば、分数や小数を感覚的に把握していないのである。分数や小数が、血となり肉となっていないのだ。ここでも彼らの理解は、形式のレベルにとどまっている。 $\frac{1}{2}$ という場合、お饅頭の半分というように、具象的なものがイメージされていなければならない。ところが、先生たちは導入の段階でこそ、お饅頭やミカンなどを利用するであろうが、分数の途中の単元からは機械的な指導に終始してしまっているというのが実態ではないだろうか。分数の単元においてはもちろんのこと、いかなる段階でも（ということは、分数の指導が終わった後でもということである）指導者は、ミカンやお饅頭の比喩を入れて話してやるべきなのである。 $\frac{1}{2}$ という形式（入れ物）のなかに、半分のお饅頭や半分のミカンというイメージが、自由に出入りできるのでなければならない。

私は、形式のなかに内容が入ってくることを、フッサーの用語を借りて直観充当ないしは意味充当と呼ぶ。算数教育及び数学教育の中で決定的に不足しているものは、この直観充当すなわち意味充当である。私は、直観充当されて血となり肉となった算数及び数学を提唱しているのである。直観充当、意味充当は、それによって血となり肉となるのだから受肉と呼んでもいい。私が直観算数や直観数学と言う場合、それは受肉された算数や数学を意味している。イエス・キリストは受肉されて人間になったのだから、算数や数学の人間化と言ってもいい。

またまた話が理論的になってしまったので、話を元に戻そう。例1と例4の2つの式

$$8 \div 2 = 4 \qquad 2 \div \frac{1}{2} = 4 \quad \dots \dots \textcircled{1}$$

を比べたとき、確かに後半のわり算の方がわかりにくいことは事実である。30年も前のことなので記憶は定かではないが、私はおそらく次のように処理していたと思う。

$$2 \times 2 = 4$$

後半の2は、1時間は $\frac{1}{2}$ 時間の何倍かを示している。①の式にこだわることはない。問題を解

くにはどんな方法でもいいのである。いろいろな発想ができる方が、柔軟な頭脳を鍛えるのにいいのである。1つの方法に限定しない点が、右脳算数・右脳数学の眼目の一つなのである。公式による指導は、方法を限定してしまう。

公式による指導がなぜ問題なのか。これについては後で、1つの章を設けて詳論する予定であるが、簡単に述べると「公式は本質を隠蔽し遮断する」ということである。つまり、なぜわり算になるのか、かけ算になるのか、という本質的な問いを遮断してしまい、思考を停止させてしまう。1回1回それぞれの問題場面において、かけ算になるかわり算になるかを本質から考えることが大切なのに、考えなくて済む方法が公式による方法なのである。考えなくても済むからこそ、

児童は歓迎するのである。だが、これは右脳の遮断であり、右脳を休眠させる行為である。これでは右脳は鍛えられない。

先の①の式に話を戻そう。①の左の式はわかりやすい。1時間あたりの量を出すには、2分割してやればいいのだから。だが、例4において1時間あたりの量を出すのに、なぜわり算になるのかはわかりにくい。単位量あたりの量を出すにはわり算になると、いくつかの例を示して一般化してしまってもよいが、これは一種の公式化である。だが「速さ＝道のり÷時間」に比べれば、ずっと具象的である。なぜなら、線分図を媒介にして一般化しているからである。そして、より普遍化している。速さだけでなく、割合やその他の単元にも適用することのできる考え方であるからである。だから、右脳と左脳のもっともうまい協同例と言えないことはない。しかし、あくまで直観にこだわってみよう。

場面によっては考えにくい数字の場合、私は考えやすい数字になおして考えていた。つまり、例4を例1のような問題に変換して式を出していたわけだ。ここには類推的直観が作用している。フッサールがいうところの想像的変容による本質直観に相当するものであると思われる。これは私の一つの解決方法であったが、それ以外にもいろいろ思考していたような気がする。実際上の計算は先に書いたように、

$$2 \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 4$$

と計算していたと思う。つまり、1時間のなかに $\frac{1}{2}$ 時間が何個入っているかを考え、2個入っているので2倍すると思っていたのである。ここには公式の入る余地はどこにもなかった。

次の例5についてみてみよう。時速4キロで $\frac{1}{2}$ 時間進む場合の道のりを求める問題であった。

$$4 \times \frac{1}{2} = 2$$

ここでも上の式は、公式を使わない限り多くの児童から出てこない。これは児童たちに $\frac{1}{2}$ 倍という概念がないためだ。これは、次の節で扱う割合の直観的理解ができていないという問題である。割合を理解することが、実は非常に重要なのである。例6を理解するためにも、やはり割合の理解が大切である。